

Devoir maison numéro 5

Préliminaire : choisir un nombre ℓ strictement supérieur à 4.

Dans le carré $ABCD$ de côté ℓ ci-contre, M est un point mobile sur le segment $[AB]$.

On note $AM = x$, et les quatre longueurs AM , BN , CP et DQ sont égales. $MNPQ$ est un carré (admis).

1. On note $f(x)$ l'aire du carré $MNPQ$.

À quel intervalle doit appartenir x pour que $f(x)$ existe ?

2. Prouver que $f(x)$ peut s'écrire de l'une des façons suivantes :

$$2x^2 - 2x\ell + \ell^2 \qquad 2\left(x - \frac{\ell}{2}\right)^2 + \frac{\ell^2}{2}$$

3. Prouver que les deux expressions ci-dessus sont égales.

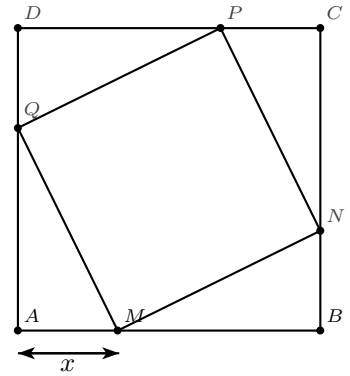
4. Reconnaitre, à l'aide d'une des expressions de $f(x)$, les coordonnées du sommet de la courbe de f ; dresser le tableau de variations de f .

5. Tracer la courbe de f dans un repère orthogonal.

6. A l'aide du graphique, répondre aux questions suivantes.

- a) Pour quelle(s) position(s) de M l'aire de $MNPQ$ est-elle minimale ? Quelle est-elle alors ?
- b) Pour quelle(s) position(s) de M l'aire de $MNPQ$ représente-t-elle au moins les trois-quarts de celle du carré $ABCD$? Détailler le raisonnement.

7. *Raisonnement géométrique* : Démontrer que $MNPQ$ est bien un carré.



Peu importe si d'aucuns trouvent nos propos difficiles : ils ont sans doute été encouragés à penser trop facile par la « révélation » mass-médiatique, prévisible par définition. Qu'ils apprennent à penser difficile, car ni le mystère ni l'évidence ne sont faciles.

Umberto Eco, Croire en quoi?