

Un ancien algorithme

Objectif : Etudier un ancien algorithme de résolution d'une équation de degré 2.

Au début du IX^e siècle, le mathématicien Al-Khwārizmī propose dans son traité *Kitab al-jabr wa -l- muqabālah* différents algorithmes de résolution d'équations de degré 1 ou 2.

1. Pour résoudre l'équation :

« Que le carré et dix racines égalent trente-neuf unités »,
c'est-à-dire avec notre notation symbolique actuelle :

$$x^2 + 10x = 39$$

Al-Khwārizmī donne la règle ci-dessous :

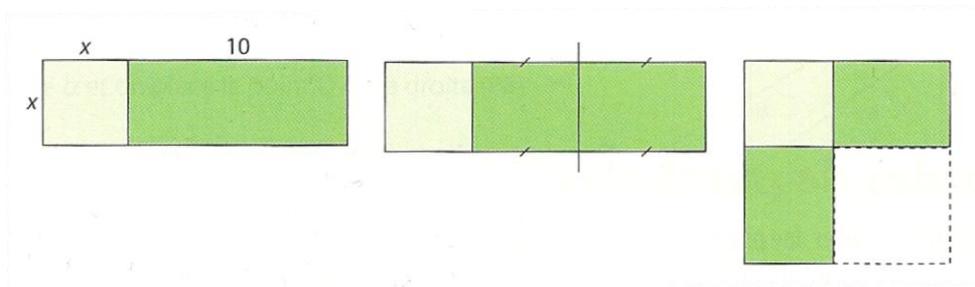
La règle est que tu divises les racines en deux moitiés, ici on obtient 5, que tu multiplies par lui-même, on a 25, que tu ajoutes à 39 et on obtient 64. Tu prends la racine qui est 8, tu en retranches la moitié du nombre des racines qui est 5, il en vient 3 qui est la racine du carré que tu cherches, le carré est 9.

a) Quelle solution donne cet algorithme ?

b) Vérifier qu'elle est bien solution de l'équation proposée.

2. **Une interprétation géométrique**

Reproduire les figures ci-dessous et indiquer les aires des différentes parties afin d'expliquer pourquoi l'algorithme permet bien de trouver une solution de l'équation.



3. Appliquer cet algorithme pour résoudre l'équation $x^2 + 8x = 84$.

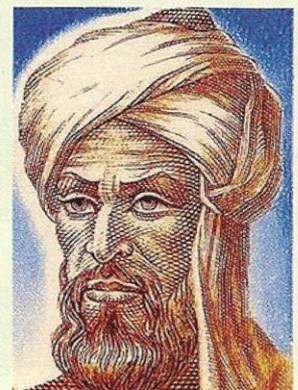
4. a) Appliquer cet algorithme pour résoudre l'équation $x^2 + ax = b$ où a et b sont deux nombres positifs.

b) Résoudre cette équation avec les outils actuels.

c) Commenter ces résultats.

Point histoire

Au début du IX^e siècle, Al-Khwārizmī, astronome et mathématicien de langue arabe, installé à Bagdad, écrit ce qui est considéré comme le premier traité d'algèbre. Il répond ainsi à une demande du Calife de fournir un ensemble d'outils pour résoudre des problèmes de la vie quotidienne, par exemple des partages d'héritages. Mais Al-Khwārizmī va plus loin en donnant ces outils selon une construction théorique. Il présente les outils de l'algèbre que sont les nombres, l'inconnue et sa racine, et les équations ; il classe les équations du 1^{er} et 2nd degré avant d'en donner des algorithmes de résolution qu'il justifie de façon géométrique ; il en donne ensuite des applications. Ces méthodes algébriques se répandront peu à peu en Europe. Elles s'appuient sur deux opérations : « *al-jabr wa -l- muqabālah* ». *Al-jabr* donnera le terme « algèbre » et c'est du nom Al-Khwārizmī que vient celui d'« algorithme ».



➡ Pour en savoir plus

Écouter M. Djebbar à l'adresse : www.math.ens.fr/culturemath/video/Djebbar/index.html